

# 稻田多种蜘蛛对褐飞虱 (*Nilaparvata lugens*) 捕食量的数学模型及关联度研究

汤进龙<sup>1</sup>, 吴进才<sup>2</sup>, 李国生<sup>2</sup>, 韩谷香<sup>3</sup>

(1. 扬州大学数学系, 扬州 225002; 2. 扬州大学植保系; 3. 江苏扬州农业学校)

**摘要:**应用灰色系统理论研究了 4 种蜘蛛(拟水狼蛛、食虫瘤胸蛛、棕管巢蛛、菱头跳蛛)与褐飞虱共存系统捕食量的数学模型。对此模型的分析可以了解各天敌不同数量或者密度与褐飞虱不同密度组合下对褐飞虱捕食量的影响。应用该模型还可以预测相应时期的捕食量大小, 所得预测值与实际值几乎一致。同时利用关联度来分析了对褐飞虱捕食量影响最大的因素以及各蜘蛛与褐飞虱捕食量关联程度的大小。

**关键词:**天敌-褐飞虱复合种群; 灰色系统; 捕食量模型; 关联度

## Studies on a mathematical model and relational grade for predation of several spiders to the brown planthopper in paddy-field

TANG Jin-Long<sup>1</sup>, WU Jin-Cai<sup>2</sup>, LI Guo-Sheng<sup>2</sup>, HAN Gu-Xiang<sup>3</sup> (1. Department of Mathematics, Yangzhou University, Yangzhou 225002; 2. Department of Plant Protection, Yangzhou University; 3. Yangzhou Agricultural School, Jiangsu)

**Abstract:** A mathematical model describing a coexistence system which contains brown planthopper (*Nilaparvata lugens*) and four spiders (*Pirata subpiraticus*, *Oedothorax insecticeps*, *Clubiona japonicola*, *Bianor hotingchiehi*) was studied with the theories of grey system. Effects of the biomass or density combinations of these species on the density of prey were analysed through the model. The predatory biomass was forecasted in the corresponding times. The result showed that the forecasting value was similar to the actual value. Meanwhile, the most important factor and the relational extent between these species and the predatory numbers were also considered by the relational grade.

**Key words:** natural enemy; brown planthopper population complex; grey system; predation model; relational grade

文章编号: 1000-0933(2001)07-1212-04 中图分类号: S482.3, Q968.1 文献标识码: A

有关捕食者-猎物系统的研究一直是种群生态学的活跃课题, 尤其是捕食者-猎物系统数学模型研究文献甚多<sup>[1~5]</sup>, 但绝大多数是围绕着微分方程模型、统计回归模型开展工作, 而且主要是研究 1 种天敌与 1 种害虫或 1 种天敌与 2 种害虫以及 2 种天敌与 1 种害虫的模型, 超过 3 个物种的模型复杂性增大且文献较少。然而, 稻田捕食性天敌种类繁多(通常在 3 种或 3 种以上): 一种天敌往往捕食多种害虫, 一种害虫又会被多种天敌捕食, 另外捕食性天敌的饥饿程度, 种间种内的相互制约等复杂情况都会对褐飞虱的捕食量发生很大影响。本文运用灰色系统理论从另一角度对上述多物种问题建立了一个数学模型, 进行了适当的探讨。另外还利用关联度分析了各蜘蛛与褐飞虱捕食量关联程度的大小。

### 1 数据的来源

数据的来源选自文献<sup>[5]</sup>, 其中选择江苏句容单季晚稻田(未施药)4 种蜘蛛(拟水狼蛛 *Pirata subpiraticus*, 棕管巢蛛 *Clubiona japonicola*, 食虫瘤胸蛛 *Oedothorax insecticeps*, 菱头跳蛛 *Bianor hotingchiehi*)作

基金项目: 国家自然科学基金重点基金(批准号 39830040)资助项目

收稿日期: 1999-09-13 修回日期: 2000-04-10

万方数据

作者简介: 汤进龙(1964~), 男, 江苏东台人, 博士, 副教授。主要从事生物数学、数学生态方面研究。

为捕食性天敌的代表。稻田害虫以褐飞虱 3~5 龄若虫及成虫为代表。每 3d 查 1 次田间害虫和天敌数量, 每次随机查 50 穴水稻, 调查时用目测法仔细清点所有天敌和褐飞虱, 调查结果见表 1:

表 1 蜘蛛、褐稻虱密度水平及褐飞虱捕食量(飞虱, 天敌/穴)

Table 1 Density level of spiders and brown planthopper and the number of the insect preyed

日期 Time Month/day	食虫瘤胸蛛 ( $x_2^{(0)}$ )	拟水狼蛛 ( $x_3^{(0)}$ )	棕管巢蛛 ( $x_4^{(0)}$ )	菱头跳蛛 ( $x_5^{(0)}$ )	褐飞虱 3~5 龄 若虫及成虫 <sup>①</sup> ( $x_6^{(0)}$ )	按生命表折算 的捕食量 <sup>②</sup> ( $x_1^{(0)}$ )
9/1	1.34	3.84	0.38	0.40	35.88	12.12
9/4	1.42	2.36	0.54	0.48	34.88	11.78
9/7	1.94	2.94	0.44	0.38	48.244	16.29
9/10	3.08	2.60	0.48	0.30	41.18	13.91
9/13	3.32	1.82	0.74	0.38	29.44	9.94
9/16	3.20	1.84	0.50	0.20	24.42	8.25
9/19	4.12	1.52	0.52	0.34	19.50	6.59
9/22	3.52	1.12	0.54	0.18	13.78	4.65
9/25	3.48	0.70	0.42	0.32	4.10	1.38
9/28	2.10	0.34	0.50	0.06	4.48	1.51
10/1	3.08	0.52	0.50	0.18	3.24	1.09

① *N. lugens* 3~5 instar nymph and adult; ② No. predation from life table

## 2 模型的建立

为了检验所建立的数学模型是否能够应用于实际预测, 在建立模型中按时间先后顺序选取了前 8 组数据作为建模数据。令  $x_i^{(0)} (i=1, 2, \dots, 6)$  为各种蜘蛛和褐飞虱 3~5 龄若虫及成虫和褐稻虱被捕食量密度。  $x_i^{(1)}$  为  $x_i^{(0)}$  的累加生成序列(用符号 AGO 表示), 即:

$$\begin{aligned}
 \text{AGO} \quad x_1^{(1)} &= (12.12, 23.9, 40.19, 54.1, 64.04, 72.29, 78.88, 83.53) \\
 x_2^{(1)} &= (1.34, 2.76, 4.7, 7.78, 11.1, 14.3, 18.42, 21.94) \\
 x_3^{(1)} &= (3.84, 6.2, 9.14, 11.74, 13.56, 15.4, 16.92, 18.08) \\
 x_4^{(1)} &= (0.38, 0.92, 1.36, 1.84, 2.58, 3.08, 3.6, 4.14) \\
 x_5^{(1)} &= (0.4, 0.88, 1.26, 1.56, 1.94, 2.14, 2.48, 2.66) \\
 x_6^{(1)} &= (35.88, 70.76, 119, 160.18, 189.62, 214.04, 233.54, 247.32)
 \end{aligned}$$

设  $z_1^{(1)}$  为  $x_1^{(1)}$  的紧邻均值生成序列:

$$z_1^{(1)} \setminus -1 = (12.12, 18.01, 32.05, 47.15, 59.07, 68.17, 75.59, 81.21)$$

于是令:

$$B = \begin{bmatrix} -z_1^{(1)}(2) & x_2^{(1)}(2) & x_3^{(1)}(2) & x_4^{(1)}(2) & x_5^{(1)}(2) & x_6^{(1)}(2) \\ -z_1^{(1)}(3) & x_2^{(1)}(3) & x_3^{(1)}(3) & x_4^{(1)}(3) & x_5^{(1)}(3) & x_6^{(1)}(3) \\ -z_1^{(1)}(4) & x_2^{(1)}(4) & x_3^{(1)}(4) & x_4^{(1)}(4) & x_5^{(1)}(4) & x_6^{(1)}(4) \\ -z_1^{(1)}(5) & x_2^{(1)}(5) & x_3^{(1)}(5) & x_4^{(1)}(5) & x_5^{(1)}(5) & x_6^{(1)}(5) \\ -z_1^{(1)}(6) & x_2^{(1)}(6) & x_3^{(1)}(6) & x_4^{(1)}(6) & x_5^{(1)}(6) & x_6^{(1)}(6) \\ -z_1^{(1)}(7) & x_2^{(1)}(7) & x_3^{(1)}(7) & x_4^{(1)}(7) & x_5^{(1)}(7) & x_6^{(1)}(7) \\ -z_1^{(1)}(8) & x_2^{(1)}(8) & x_3^{(1)}(8) & x_4^{(1)}(8) & x_5^{(1)}(8) & x_6^{(1)}(8) \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} x_1^{(0)}(2) \\ x_1^{(0)}(3) \\ x_1^{(0)}(4) \\ x_1^{(0)}(5) \\ x_1^{(0)}(6) \\ x_1^{(0)}(7) \\ x_1^{(0)}(8) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11.78 \\ 16.29 \\ 13.91 \\ 9.94 \\ 8.25 \\ 6.59 \\ 4.65 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18.01 & 2.76 & 6.2 & 0.92 & 0.88 & 70.76 \\ -32.05 & 4.7 & 9.14 & 1.36 & 1.26 & 119 \\ -47.15 & 7.78 & 11.74 & 1.84 & 1.56 & 160.18 \\ -59.07 & 11.1 & 13.56 & 2.58 & 1.94 & 189.62 \\ -68.17 & 14.3 & 15.4 & 3.08 & 2.14 & 214.04 \\ -75.59 & 18.42 & 16.92 & 3.6 & 2.48 & 233.54 \\ -81.21 & 21.94 & 18.04 & 4.14 & 2.66 & 247.32 \end{bmatrix}$$

万方数据

经过复杂的矩阵运算可以得到几个参数为：

$$[a \ b_2 \ b_3 \ b_4 \ b_5 \ b_6]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y = (1.999, 0.009, 0.018, -0.072, -0.026, 0.675)^T$$

从而得到数学模型为：

$$\frac{dx_1^{(1)}}{dt} + 1.999x_1^{(1)} = 0.009x_2^{(1)} + 0.018x_3^{(1)} - 0.072x_4^{(1)} - 0.026x_5^{(1)} + 0.675x_6^{(1)}$$

其近似时间响应式(离散型)为：

$$\hat{x}_1^{(1)}(k+1) = \left( 12.12 - \frac{0.009x_2^{(1)}(k+1) + 0.018x_3^{(1)}(k+1) - 0.072x_4^{(1)}(k+1) - 0.026x_5^{(1)}(k+1) + 0.675x_6^{(1)}(k+1)}{1.999} \right) e^{-1.999k} + \frac{0.009x_2^{(1)}(k+1) + 0.018x_3^{(1)}(k+1) - 0.072x_4^{(1)}(k+1) - 0.026x_5^{(1)}(k+1) + 0.675x_6^{(1)}(k+1)}{1.999}$$

由此可得：

$$\begin{aligned} \hat{x}_1^{(1)}(2) &= 22.319 & \hat{x}_1^{(1)}(3) &= 39.705 & \hat{x}_1^{(1)}(4) &= 54.037 & \hat{x}_1^{(1)}(5) &= 64.065 \\ \hat{x}_1^{(1)}(6) &= 72.336 & \hat{x}_1^{(1)}(7) &= 78.932 & \hat{x}_1^{(1)}(8) &= 83.59 \end{aligned}$$

累减还原(用符号 IAGO 表示)：

IAGO:  $\hat{x}_1^{(0)}(k) = \hat{x}_1^{(1)}(k) - \hat{x}_1^{(1)}(k-1)$ 得：

$$\hat{x}_1^{(0)} = (12.12, 10.199, 17.386, 14.332, 10.028, 8.271, 6.596, 4.658)$$

对上述模型进行残差分析,比较结果见表 2。

模拟结果的平均相对误差为  $7.8 \times 10^{-4}$ ,表明模型的精度高,能描述蜘蛛对褐飞虱的捕食量大小。上述模型如果用来预测捕食量,只要将田间查得的各类天敌和褐飞虱的密度代入模型,并取相应的  $K$  值( $K$  为正整数),得到一个模型预测值  $\hat{x}_1^{(1)}(k)$ ,然后再作 IAGO 还原  $\hat{x}_1^{(0)}(k) = \hat{x}_1^{(1)}(k) - \hat{x}_1^{(1)}(k-1)$ ,就可求得捕食量。例如:9月25日,调查得食虫瘤胸蛛每穴 3.48 头,拟水狼蛛每穴 0.7 头,棕管巢蛛为 0.42 头,菱头跳蛛为 0.32 头,褐飞虱若、成虫为 4.10 头,这时取  $K$  为 8,代入模型可得  $\hat{x}_1^{(1)}(9) = 84.977$ 。9月28日调查得食虫瘤胸蛛每穴 2.10 头,拟水狼蛛每穴 0.34 头,棕管巢蛛为 0.5 头,菱头跳蛛为 0.06 头,褐飞虱若、成虫为 4.48 头,取  $K$  为 9,可得  $\hat{x}_1^{(1)}(10) = 86.483$ 。经过还原后可得:捕食量分别为每穴 1.387 和 1.506,几乎接近 9月25日、28日的实际捕食量每穴 1.38 和 1.51,因此可以相信,本模型具有较好的预测性。

表 2 误差分析表  
Table 2 Test of error

调查日期 Date	实际值 $x_0^{(0)}(k)$ Actual value	模拟值 $\hat{x}_0^{(0)}(k)$ Simulating value	残差 Error $x_0^{(0)}(k) - \hat{x}_0^{(0)}(k)$	相对误差(%) Relative error $ x_0^{(0)}(k) - \hat{x}_0^{(0)}(k)  / x_0^{(0)}(k)$
9/1	12.12	12.12	0	0
9/4	11.78	10.199	1.581	13.42
9/7	16.29	17.386	-1.096	6.73
9/10	13.91	14.332	-0.422	3.03
9/13	9.94	10.028	-0.088	0.0088
9/16	8.25	8.271	-0.021	0.0025
9/19	6.59	6.596	-0.006	0.0009
9/22	4.65	4.658	-0.008	0.0017

### 3 关联度分析

关联度是表示两个事物的关联程度。对于 4 种蜘蛛与褐飞虱组成的共存系统来说,通过对关联度的分析,能够了解在这个系统中哪个因素对褐飞虱的捕食量影响最大,哪种蜘蛛与褐飞虱的捕食量关系量密切。利用斜率关联度的方法加以分析:

(1)  $x_1^{(0)}$  与  $x_2^{(0)}$ 、 $x_3^{(0)}$ 、 $x_4^{(0)}$ 、 $x_5^{(0)}$ 、 $x_6^{(0)}$  的斜率如表 3。

(2) 计算各关联系数,如表 4。

(3) 利用公式  $\gamma = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^{N-1} \xi(t)$   $t=1, 2, \dots, N-1$

计算所得关联度分别为:

$\gamma_{12}=0.6533$ 、 $\gamma_{13}=0.8081$ 、 $\gamma_{14}=0.5043$ 、 $\gamma_{15}=0.4710$ 、 $\gamma_{16}=0.9990$

从而关联序为: $\gamma_{16} > \gamma_{13} > \gamma_{12} > \gamma_{14} > \gamma_{15}$

表3  $x_1^{(0)}$ 、 $x_2^{(0)}$ 、 $x_3^{(0)}$ 、 $x_4^{(0)}$ 、 $x_5^{(0)}$ 、 $x_6^{(0)}$ 的斜率  
Table 3 The gradient of  $x_1^{(0)}$ 、 $x_2^{(0)}$ 、 $x_3^{(0)}$ 、 $x_4^{(0)}$ 、 $x_5^{(0)}$ 、 $x_6^{(0)}$

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\sigma$
$\Delta x_1^{(0)}/\sigma_1$	-0.067	0.884	-0.467	-0.778	-0.331	-0.325	-0.380	-0.641	0.025	-0.082	5.10
$\Delta x_2^{(0)}/\sigma_2$	0.091	0.591	1.295	0.273	-0.136	1.045	-0.682	-0.045	-1.568	1.114	0.88
$\Delta x_3^{(0)}/\sigma_3$	-1.423	0.558	-0.327	-0.750	0.019	-0.308	-0.385	-0.404	-0.346	0.173	1.04
$\Delta x_4^{(0)}/\sigma_4$	1.778	-1.111	0.444	2.889	-2.667	0.222	0.222	-1.333	0.889	0	0.09
$\Delta x_5^{(0)}/\sigma_5$	0.667	-0.833	-0.667	0.667	-1.500	1.167	-1.333	1.167	-2.167	1	0.12
$\Delta x_6^{(0)}/\sigma_6$	-0.066	0.886	-0.468	-0.779	-0.333	-0.326	-0.379	-0.642	0.025	-0.082	15.08

表4 所有关联系数  
Table 4 All coefficient of relation

$\xi_{12}(t)$	0.864	0.773	0.362	0.488	0.837	0.730	0.769	0.627	0.628	0.455
$\xi_{13}(t)$	0.424	0.754	0.877	0.973	0.741	0.983	0.995	0.808	0.729	0.797
$\xi_{14}(t)$	0.351	0.334	0.523	0.214	0.300	0.646	0.624	0.591	0.536	0.924
$\xi_{15}(t)$	0.577	0.368	0.833	0.409	0.461	0.401	0.512	0.356	0.313	0.480
$\xi_{16}(t)$	0.999	0.998	0.999	0.999	0.998	0.999	0.999	0.999	1	1

分析结果表明,对褐飞虱的捕食量影响最大的因素是褐飞虱本身的密度。在4种蜘蛛中拟水狼蛛与褐稻虱的捕食量关系最密切,其次是食虫瘤胸蜘蛛,再次是粽管巢蛛,最弱的是菱头跳蛛。

4 讨论

稻田捕食性天敌的数量消长,捕食作用的大小是受多种因素的影响。对这一多种群动态系统来说,各个数量指标都不可能得到充分、准确的表现。不少信息并未完全掌握,所提供的信息往往只是不精确的一个大致范围。如清点蜘蛛和稻飞虱的数量,依据生命表来对捕食量的估计等等都不是足够的精确。因此,这个生态系统是一个本征性的灰色系统。本文用灰色系统理论和方法对捕食量进行估计,主要是从杂乱无章的原始数据中去发现寻找内在的客观规律,而这并不要求有大量数据以及要求所给数据服从某个典型的概率分布,另一方面运用此方法计算量也能大大降低。

在捕食量的估计中未能把影响褐飞虱种群的其他因子,诸如品种抗性、气候因素、栽培条件等纳入模型中。事实上,如果有相应的一些参数,用类似的方法也能把这些因子和前面的5因子合在一起建立新的模型,且不增加多大难度。另外上述模型作为对捕食量的预测只适宜依时间顺序给出的建模数据以后的2~3个时刻。随着时间的推移,预测的误差也许会增加。因此在实际应用时可以采取递推法建模,即删除较早的数据,加上最新数据,这样才能保证预测的准确性。

对于各蜘蛛与褐飞虱捕食量关联程度的大小,如果时间段取得不同,那么关联程度的大小顺序会发生变化,这可能是因为时间段不同,各蜘蛛的年龄及有些情况发生了差异。本文讨论的是一个总的情况,即仅考虑从9月1日到10月1日这段时间内各蜘蛛与褐飞虱捕食量关联程度的大小顺序。

参考文献

[1] 兰仲雄,丁岩钦,陈玉平.天敌-害虫系统中两种天敌与一种害虫相互作用形式的几个数学模型.生态学报,1985,5(1):43~54.  
 [2] 汤进龙,王政贤.一种新的单种群模型研究.生物数学学报,1991,6(4):217~221.  
 [3] 李超,丁岩钦,马世骏.草间小黑蛛对棉铃虫幼虫的捕食作用及其模拟的研究: I 捕食者——单种猎物系统的研究.生态学报,1982,2(3):239~254.  
 [4] 李超,丁岩钦,马世骏.草间小黑蛛对棉铃虫幼虫的捕食作用及其模拟的研究: II 捕食者——单种猎物系统的研究.生态学报,1982,2(4):363~372.  
 [5] 吴进才,庞雄飞.多物种复合种群捕食量的数学模型及在褐稻虱数量预测中的应用.生态学报,1991,11(2):139~145.  
 [6] 吴进才,丁岩钦等.稻田主要捕食性天敌的栖境生态位与捕食作用分析.昆虫学报,1993,36(3):323~331.  
 [7] 袁嘉祖.灰色系统理论及其应用.北京:科学出版社,1991.